**第 8 次课 学时 2**

|  |  |
| --- | --- |
| **授课章节内容** | 第五章 单维连续信源与信道 |
|  | 5.2单维连续信道  5.2.1连续信道与平均交互信息量 |
| 5.2.2平均交互信息量的不变性 |
| 5.2.3连续信道的信道容量 |
| 5.2.4高斯加性信道的信道容量 |
| **教学目标** | 教学目标3 |
| **支撑毕业要求** | 毕业要求1-3 |

**教学要求：**

1. 知识目标

* 正确解释并能计算基本连续信道的平均互信息；
* 掌握连续信道平均互信息的特性；
* 能正确理解连续信道的信道容量定义；

1. 能力目标

* 具备推导通信系统基本连续信道传输信息大小的能力。

1. 素质目标

* 激发学生对信息论课程的学习热情，增强理论研究能指导工程实践的思维。

**教学重点与难点**：

* 连续信道平均互信息的含义，香农公式推导

**教学过程设计：**

回顾单维离散信道的特性，进而学习单维连续信道。

| **讲授与指导内容** | | **讲课、互动内容设计** |
| --- | --- | --- |
| 5.2 单维连续信道  5.2.1 连续信道与平均交互信息量  设单维连续信道的输入区间，输出区间。信道转移概率密度函数，而且对所有的，都有    一个给定的单维连续信道可由图5.4表示，称为正向信道，图5.5称为反向信道，正向信道和反向信道是同一通信系统的两种不同的表达形式。    图5.4 正向信道 图5.5 反向信道  现在求解连续随机变量X和Y通过如图5.6的连续信道传递的平均交互信息量。          图5.6连续信道的离散化  1.将X的取值区间等分为ｎ个小区间，连续随机变量落在第区间中的概率    根据积分中值定理，在区间中，必存在一个，且有    根据上节讨论，连续信源Ｘ的信息熵    2.用，把输出随机变量Ｙ的取值的区间分割成ｍ个等长小区间，连续随机变量Ｙ落在第区间的概率    根据积分中值定理，在区间内，总可找到一个值，有    在整个区间内连续取值的连续随机变量*Ｙ*，即可量化为取ｍ个离散值的离散随机变量。  3.在对*X*量化为，*Y*量化为的基础上，对联合概率密度函数和反向传递概率密度函数进行量化。  单维连续信源X落在第区间、输出连续随机变量Y落在第区间的联合概率    因为，在上有界可积，在内连续，在内连续且不变号，根据有关数学定理，可有    再根据二重积分中值定理，可有  　　　  其中，是平面中二维区域中的一点，当分层间隔，（即，）时，和可趋于同一点，并以表示；和可趋于同一点，并以表示。如图5.7所示。    图5.7联合概率密度函数的离散化  在输出连续随机变量Y落在第区间的前提下，推测单维连续信源X落在第区间的后验概率    4.是离散信道，信道疑义度为    进一步改写为    5.当，（即，）时，，，可有    令上式中    并把称为单维连续信道的相对疑义度，则有  {无限大的常数项}  最后得到单维连续信道的平均交互信息量    连续信道平均交互信息量也有类似离散信道的三种不同表达形式    5.2.2 平均交互信息量的不变性  考虑如图5.8所示的实际通信系统，单维连续信源输出的消息*S*通过变换*I*转换为适合信道传输的信号*X*，信号*X*在信道中受到噪声*N*的干扰，信道输出信号为*Y*，通过变换II，把信道输出信号变换成相应消息*Z*，最后送至信宿*Z*。    图5.8 实际通信系统  设图中连续随机变量*S*与*X*之间，*Y*与*Z*之间的单值函数关系为    由坐标变换理论，连续随机变量*X*和*Y*的联合概率密度函数*p*(*X*,*Y*)，*S*和*Z*的联合密度函数*p´*(*sz*)，有如下关系  （5.5）  和之间关系，是由与以及和之间的对应变换分别独立进行的，故有    进而    （5.5）式改写为    设：、、分别表示连续随机变量和的概率密度函数以及信道的传递概率密度函数；、、分别表示连续随机变量和的概率密度函数以及和之间的传递概率密度函数。根据坐标变换理论，有      则有  这样，可得    说明，通信系统信道两端变量分别经过确定函数变换，计算从中获得关于的信息量与计算从中获得关于的信息量是一样的。  5.2.3 连续信道的信道容量  设连续信道的输入，输出，信道转移概率。如图5.9所示。    图5.9连续信道模型  根据单维连续信道平均互信息的定义，有    说明，只有当，即输入、输出变量之间统计独立时，  定理5.4 传递概率密度函数为的连续信道的平均交互信息量，是输入连续信源的概率密度函数的∩型凸函数。    图5.10 同一信道下的三种不同输入信源  证明:如图5.10所示，设信道有三种信源输入概率密度分别为，，  对分布的平均互信息    其中，  对应分布的平均互信息    其中，  对分布的平均互信息    其中，    根据∩型凸函数的数学特性，上式右边第一项可改写为    右边第二项可以改写为    证得  根据∩型凸函数的定义，证得是的∩型凸函数。  对于给定信道，通过变动连续信源的概率密度函数，总可以找到一种信源，使连续信道的平均互信息量达到极大值。这个极大值就是连续信道的信道容量。    5.2.4 高斯加性信道的信道容量  设连续信道输入，概率密度函数。输出，噪声的概率密度函数为，与的联合概率密度函数,即与统计独立，且噪声是输入信源的干扰，表现为线性叠加。如图5.11所示。    图5.11 高斯加性信道  下面分析信道传递概率密度函数特性。由，得到坐标系和之间变换关系为    坐标变换雅柯比行列式绝对值      因为，  所以有    表明，加性信道的传递概率密度函数就是噪声的概率密度函数，这是加性信道的重要特征。  根据坐标变换理论，有    加性信道的相对噪声熵  （5.6）  表明，加性信道的相对噪声熵就是信道噪声的相对熵，这是加性信道的另一重要特征。根据信道容量定义，有  （5.7）  定理5.5 噪声是均值为零、方差为的高斯随机变量的高斯加性信道的信道容量    其匹配信源是均值为零、方差为的高斯连续信源。  【证明】由（5.6）式得高斯加性信道的噪声熵    由（5.7）式得，高斯加性信道的容量可表示为    由于，若输入是均值为零，方差是的高斯随机变量，即噪声是均值为零，方差为的高斯随机变量的高斯加性信道的输出随机变量，就是均值为零，方差的高斯随机变量，根据最大相对熵定理，这时输出随机变量的相对熵达到最值。    由此得高斯加性信道的信道容量    为信道的信噪功率比。  本章要点  1.定义 连续信源的相对熵    2.连续信道平均交互信息量    3.均匀分布连续信源相对熵    4.高斯分布连续信源的相对熵    5.指数分布连续信源的相对熵    6.最大相对熵  在峰值功率受限的单维连续信源中，均匀分布连续信源的相对熵最大。  方差受限的连续信源中，高斯分布连续信源的相对熵最大。  7.定义 熵功率  与这个平均功率为P的非高斯信源具有相同熵的高斯信源的平均功率    8.性质 相对熵变换    9.平均交互信息量的不变性    10.高斯加性信道的容量 | | 了解单维连续信道平均交互信息量的推导过程  通信系统信道两端变量分别经过确定函数变换，平均互信息不变  参照离散信道的信道容量对比学习  高斯加性信道的信道容量需要重点掌握，是课程的核心概念之一  复习本章知识要点 |
| **小结** | 计算基本连续信道的平均互信息；连续信道平均互信息的特性；高斯加性信道的信道容量 | |
| **复习要点** | 解释并能计算基本连续信道的平均互信息；掌握基本连续信道平均互信息的特性；掌握高斯加性信道的信道容量 | |
| **思考题** | 基本连续信道与单维离散信道有什么区别和连续？ | |
| **作业题** | 5.7 | |

作者签名：

****